

Prof. Dr. Alfred Toth

Abzählen, Referenzzahlen, Distributivzahlen

1. Vom Standpunkt der quantitativen Arithmetik gilt selbstverständlich für die Mengen

$$A = (1)$$

$$B = (1, 1)$$

$$C = (1, 1, 1)$$

$$D = (1, 1, 1, \dots)$$

$$A = B = C = D,$$

und zwar deshalb, weil es ohne Berücksichtigung von Qualitäten unvorstellbar ist, daß z.B.

$$1_1 \neq 1_2 \neq 1_3 \neq \dots$$

gilt. Streng genommen, folgt daraus, daß die beiden weiteren Mengen

$$E = (1, 2)$$

$$F = (2, 1)$$

nicht allein deshalb gleich sind, d.h. daß $E = F$ ist, weil sie ungeordnet sind, sondern auch aus dem genannten Grunde, daß Ungleichungen der Form $1_1 \neq 1_2 \neq 1_3 \neq \dots$ rein quantitativ gesehen undenkbar sind.

2. Jedes Zahlzeichen ist daher mehrdeutig, denn es kann, gezeigt am Beispiel "zwei", mindestens die folgenden Referenzobjekte haben

$$R(\text{zwei}) = 2$$

$$R(\text{zwei}) = \text{Nr. } 2$$

$$R(\text{zwei}) = (\Omega_i, \Omega_j)$$

$$R(\text{zwei}) = (\Sigma_i, \Sigma_j).$$

Im ersten Fall, bei der Zahl, liegt das Referenzobjekt $R(2) = \emptyset$ vor, denn nur die Nicht-Existenz eines Referenzobjektes verbürgt die reine Quantitativität der Zahl 2, andernfalls hätte die Zahl nämlich einen semiotischen Objektbezug, d.h. wäre semantisch und damit qualitativ relevant.

Im zweiten Fall, bei der Nummer, liegt zugleich das Referenzobjekt $R(2) = \emptyset$ als auch ein Referenzobjekt $R(2) \neq \emptyset$ vor, nämlich dasjenige Objekt Ω , welches numeriert und damit gleichzeitig gezählt und bezeichnet wird, d.h. Nummern sind im Gegensatz zu Zahlen sowohl quantitativ als auch qualitativ relevant.

Im dritten und vierten Fall, bei Anzahlen, liegen Paare von Objekten oder von Subjekten vor.

3. Hier setzt nun die Metasemiotik an, denn die meisten Sprachen unterscheiden Fälle wie die folgenden

- (1) Ich bin heute zwei Frauen begegnet.
- (2) Ich bin heute beiden Frauen begegnet.
- (3) Wir sind heute je zwei Frauen begegnet.

Fall (1) ist natürlich der Fall 4 von Kap. 2. Hingegen setzt "beide" in Fall (2) im Gegensatz zu "zwei" eine Abbildung der Form

$$f: Z_{\text{qual}} \rightarrow (\Omega_i, \Omega_j) \text{ bzw. } Z_{\text{qual}} \rightarrow (\Sigma_i, \Sigma_j)$$

voraus, d.h. es wird eine bereits qualitative Zahl auf ein Paar von Objekten bzw. Subjekten abgebildet, denn die Referenz von "beide" setzt diejenige von "zwei" voraus, aber die Umkehrung dieses Satzes trifft nicht zu. Damit kann man übrigens auf die in der funktionalen Linguistik verwendeten Begriffe der "alten" vs. "neuen" bzw. der "vorerwähnten" vs. "nicht-vorerwähnten" Information verzichten.

Komplexer ist Fall (3), denn hier wird ein System von Abbildungen der Form

$$g_1: Z_{\text{qual}} \rightarrow [(\Omega_i, \Omega_j) \rightarrow (\Omega_i, \Omega_j)]$$

$$g_2: Z_{\text{qual}} \rightarrow [(\Omega_i, \Omega_j) \rightarrow (\Sigma_i, \Sigma_j)]$$

$$g_3: Z_{\text{qual}} \rightarrow [(\Sigma_i, \Sigma_j) \rightarrow (\Omega_i, \Omega_j)]$$

$$g_4: Z_{\text{qual}} \rightarrow [(\Sigma_i, \Sigma_j) \rightarrow (\Sigma_i, \Sigma_j)]$$

vorausgesetzt, wobei die primären Abbildungen die Distributionen sind, auf die wiederum eine bereits qualitative Zahl abgebildet wird, denn nicht nur setzt "je zwei" "beide" voraus, sondern beide setzen wiederum "zwei" voraus, d.h. es existiert eine qualitative Hierarchie von "zwei" über "beide" zu "je zwei" bzw. von "Abzählen" (vgl. Toth 2014) über Referenzzahlen zu Distributivzahlen. Man beachte vor allem, daß Referenzzahlen des Typus "beide" anders geartete Referenzobjekte als Nummern haben, insofern nur bei Nummern, nicht jedoch bei Referenzzahlen arithmetischer Abzählanteil und semiotischer Referenzanteil unterscheidbar sind. Während eine Nummer gleichzeitig zählt und bezeichnet, setzt eine Referenzzahl die Zählung bereits voraus und nimmt vermöge ihr auf eine ebenfalls vorgängige Referenz bezug, aber die Zählung ist der Referenz vorgängig, denn falls diese arithmetisch-semiotische Ordnung konvertiert wird, muß "beide" durch "zwei" ersetzt werden.

Literatur

Toth, Alfred, Zahlen, Abzählen, Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

14.12.2014